

***Philosophy for Children* e argomentazione matematica: Un’analisi multimodale in una classe seconda primaria**

Andrea Maffia

Università di Bologna

Elisabetta Pisani

Istituto Comprensivo di Montefelcino

Mariangela Scarpini

Università di Parma

Abstract

L’argomentazione rappresenta una componente fondamentale del pensiero matematico, tuttavia, nelle pratiche scolastiche non sembra trovare sufficiente spazio che invece è riservato ampiamente all’apprendimento mnemonico di formule e regole. In questo contributo, attraverso le lenti della *Philosophy for Children* — che valorizza il pensiero critico, creativo e riflessivo attraverso la creazione di comunità di ricerca — si indagano le argomentazioni di bambini e bambine di una classe seconda di scuola primaria a seguito della risoluzione di un problema aperto inerente al cubo e ai suoi sviluppi¹. L’analisi dei dati raccolti si avvale di un approccio multimodale che integra aspetti verbali e non verbali della comunicazione. I risultati mettono in luce come — soprattutto in un’età in cui la padronanza linguistica è ancora in via di sviluppo — gesti, artefatti, interazioni tra pari e con l’insegnante costituiscano risorse fondamentali per sostenere e ampliare il pensiero matematico.

Argumentation is a fundamental component of mathematical thinking, yet in school practices it does not seem to be given sufficient space, which is instead largely reserved for the memorization of formulas and rules. Through the lenses of *Philosophy for Children* — that enhances critical, creative and reflective thinking through the creation of a community of inquiry — this paper investigates children’s argumentations in second grade following the resolution of an open problem concerning the cube and its nets². The analysis of the data collected uses a multimodal approach that integrates verbal and non-verbal. The results highlight how gestures, artefacts and interactions are fundamental resources for supporting and expanding children’s mathematical thinking in a dialogical context that not only is possible even at this young age and in a mathematical context, but it does also prove to be fruitful.

Parole chiave: argomentazione matematica; *Philosophy for Children*; multimodalità; gestualità; modello di Toulmin

Keywords: mathematical argumentation; *Philosophy for Children*; multimodality; gestuality; Toulmin’s model

Andrea Maffia, Elisabetta Pisani, Mariangela Scarpini – *Philosophy for Children e argomentazione matematica: Un’analisi multimodale in una classe seconda primaria*

DOI: <https://doi.org/10.60923/issn.1970-2221/22841>

1. Introduzione

Quanto nelle pratiche scolastiche, e in particolare nelle discipline scientifico-matematiche, si richiede ai bambini e alle bambine³ di esplicitare il proprio processo di pensiero? In linea con questa domanda recenti ricerche afferenti alla didattica della matematica non evidenziano tendenze particolarmente favorevoli (Mariotti, 2022). Tra le varie ipotesi, una particolarmente accreditata riferisce che, spesso, la correttezza dei prodotti rischia di vedere riconosciuto più valore rispetto all’attivazione di processi di pensiero significativi, nonostante tale correttezza, di per sé, non garantisca un effettivo apprendimento (Zan, 2007). Questa visione riduttiva rischia di oscurare il valore della ricerca — individuale e collettiva — di significato, spingendo molti alunni a non attribuire importanza al perché delle proprie azioni (Santi & Oliverio, 2016; Rapanta & Felton, 2022).

Eppure, la ricerca e l’esplicitazione di un fondamento alla base del proprio agire appare un elemento trasversale alle diverse discipline (italiano, scienze, storia, ecc.).⁴ In particolare, le Indicazioni Nazionali assegnano alla matematica il compito di “sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di *argomentare* in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri” (MIUR, 2012, p. 60). Tra i traguardi di competenza per la matematica al termine della scuola primaria, l’argomentazione è richiamata implicitamente nella capacità di “sostenere le proprie idee e confrontarsi con il punto di vista di altri” (p. 61), mentre viene resa esplicita in alcuni obiettivi di apprendimento inerenti al nucleo tematico “Relazioni, dati e previsioni”, come “*argomentare* sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati” (p. 62) o “in situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad *argomentare* qual è il più probabile [...]” (p. 63). Allo stesso modo, a livello internazionale, l’invito a sviluppare le abilità argomentative compare nella descrizione delle otto competenze chiave per l’apprendimento permanente definite dal Consiglio dell’Unione europea (2018). Tale riferimento si inserisce nella competenza matematica, in cui si sottolinea la necessità di sviluppare la capacità di “seguire e vagliare concatenazioni di argomenti” (p. C 189/9), nella competenza alfabetica funzionale, che include tra le abilità richieste “la capacità [...] di formulare ed esprimere argomentazioni in modo convincente e appropriato al contesto” (p. C 189/8), e la competenza in materia di cittadinanza, nella quale si menziona la “capacità di sviluppare argomenti” (p. C 189/11).

Alla luce di tale quadro normativo, il presente contributo intende approfondire la competenza argomentativa indagando, attraverso un approccio multimodale, le argomentazioni matematiche elaborate dai bambini durante discussioni di bilancio⁵ su problemi aperti. Questa tipologia di problemi rappresenta infatti una situazione didatticamente significativa per l’innescio di processi argomentativi, in quanto la loro risoluzione non si riduce all’applicazione meccanica di formule o regole. Infatti, essi possono essere risolti seguendo diverse strade possibili e presentare molteplici soluzioni che, durante la fase di discussione di bilancio, in cui le soluzioni vengono socializzate, necessitano di essere argomentate (Bartolini Bussi et al., 1995).

L’interesse per l’argomentazione matematica nasce dall’aver individuato in essa un modo attraverso cui educare i bambini a non soffermarsi sulla superficie delle cose, ad esercitare un pensiero in grado di interrogarsi sul fondamento delle proprie scelte e azioni, a cogliere la pluralità dei significati, senza accontentarsi di risposte preconfezionate. Per questo motivo, il framework teorico entro cui si intende guardare ai processi argomentativi è quello promosso dalla *Philosophy for Children* (d’ora in poi P4C), movimento educativo di respiro internazionale ideato negli anni ’70 dal filosofo americano Matthew Lipman.

Egli, nell’elaborare il programma educativo della P4C, intendeva perseguire un obiettivo primario: insegnare agli studenti a pensare (Lipman, 2005). In particolare, cercando di contrastare un pensiero semplificante e un’intelligenza che unidimensionalizza ciò che è multidimensionale (Morin, 2004), la P4C mira allo sviluppo di un

pensiero complesso (nelle sue dimensioni critico-creativo-caring), che non semplifica, non polarizza ma, al contrario, cerca di chiarire e interconnettere (Demozzi, 2021), ridando multidimensionalità a una realtà spesso semplificata, ridotta, mutilata nel tentativo di essere compresa (Morin, 2004).

Tra i costrutti della P4C che hanno ispirato questo contributo, oltre a quello di pensiero complesso, rientra anche quello di “comunità di ricerca filosofica” (d’ora in poi CPI) (Peirce, 1984), - anche nelle sue implicazioni etiche, civiche e politiche⁶ - in cui il termine *ricerca* fa riferimento a un’indagine che parte da una situazione indeterminata a cui segue la formulazione e verifica di ipotesi volte a trovare una soluzione al problema; *filosofica* perché la ricerca riguarda il piano dei significati; *comunità* si riferisce al fatto che i bambini (e non solo) pensano insieme condividendo idee e opinioni. Quest’ultimo aspetto evidenzia dunque l’importanza del pensare insieme come una modalità attraverso cui gli allievi, interagendo tra loro e con l’insegnante, co-costruiscono i saperi. L’indagine portata avanti in una sessione di P4C avviene infatti in un contesto circolare, accogliente e inclusivo che fa sentire i bambini liberi di rivedere i propri assunti alla luce dei nuovi elementi messi in gioco dagli altri partecipanti alla discussione: in questo modo, i bambini possono “prendere atto che certe questioni si prestano inevitabilmente a una pluralità prospettica che ne complica l’indagine senza però impedirle” (Tibaldeo, 2015, p. 370). Il curriculum elaborato da questo programma educativo non prevede testi matematici, né dichiara obiettivi strettamente connessi al pensiero o alla conoscenza matematica, a parte la sua enfasi sul pensiero critico. Tuttavia, la teoria e la metodologia della P4C offrono la possibilità di essere adattate al contesto dell’insegnamento e apprendimento della matematica (Kennedy, 2007). Per questo motivo, diversi autori hanno iniziato ad associare il modello pedagogico della comunità di ricerca anche all’educazione matematica (Ball, 1995; Lampert, 1990; Schoenfeld, 1989; Cobb et al., 2001; Boaler & Humphreys, 2005) intendendolo come un ambiente per la pratica matematica in classe che impegna gli studenti nel fare matematica in modo collaborativo (Kennedy, 2007). Sulla base di ciò, Kennedy (2007) ha individuato alcuni obiettivi comuni alla comunità di ricerca filosofica (CPI) e matematica (CMI): tra questi, l’idea che la formazione dei concetti debba avvenire non attraverso la trasmissione o riflessione individuale ma “costruendo sulle idee degli altri”, cioè proponendo ogni argomentazione come contro-argomentazione rispetto a una precedente. La ricercatrice ha delineato diverse modalità di incorporazione della metodologia della comunità di ricerca nell’insegnamento e nell’apprendimento della matematica (Kennedy, 2007). Quella proposta in questo contributo è quella che maggiormente evidenzia le differenze tra i due tipi di comunità (filosofica e matematica) in quanto mira all’utilizzo di tale metodologia per indagare problemi matematici: la CMI rappresenta in questo caso una via per la risoluzione di problemi che prevede di lavorare con diverse strategie risolutive, riflettere collettivamente sui metodi implementati, verificare le soluzioni e trarre conclusioni.

Nonostante, come evidenziato sopra, il curriculum della P4C originariamente non prevedesse un focus specifico sulle questioni matematiche, alla fine degli anni ’90 un gruppo di ricerca formato da due matematici, Louise Lafortune e Richard Pallascio, e una filosofa, Marie-France Daniel, ha deciso di adattare tale curriculum all’ambito della matematica (Daniel et al., 1994) e di portare avanti una serie di sperimentazioni per rilevare l’eventuale efficacia di questo programma utilizzato in classe (Daniel, 2013; Daniel et al., 1999, 2003).

Pertanto, in questo contributo, dopo una breve rassegna della letteratura sulle sperimentazioni effettuate in classe in merito all’applicazione della P4C alla matematica verrà riportato il quadro teorico che esplica le categorie utilizzate per analizzare qualitativamente le argomentazioni rilevate in una classe seconda di una scuola primaria in provincia di Bologna. In continuità con il framework teorico della P4C, per l’analisi delle argomentazioni dei bambini in ottica multimodale sono state utilizzate le categorie offerte dal modello argomentativo di Toulmin (1975) e la classificazione dei gesti proposta da McNeill (1992).

2. *Philosophy For Children e matematica*

Ispirandosi al programma di Lipman e Sharp (Lipman, 2005), Daniel, Lafortune e Pallascio hanno elaborato due romanzi, pensati per gli alunni dai 9 ai 13 anni, e un manuale per l'insegnante. I romanzi, con protagonisti bambini della stessa età degli alunni a cui sono rivolti, presentano i pensieri di un gruppo di amici sulla matematica e il suo apprendimento. Il manuale, invece, si propone come guida per il mediatore nella conduzione della discussione e presenta, in forma esplicita, le questioni che nei romanzi sono trattate implicitamente. Tali domande sono di due tipi:

- Filosofico-matematiche (“Esiste un cubo perfetto?”; “I numeri sono stati inventati o scoperti?”; “Quali sono le analogie e le differenze tra una cifra e un numero?”; “Lo zero non significa nulla?”; “La matematica è stata inventata o scoperta?”; “La verità matematica esiste?”...);

- Meta-matematiche (“A cosa serve la matematica?”; “L'insegnante di matematica deve sapere tutto?”; “In che modo la matematica può essere utile per risolvere i problemi quotidiani?”; “Cos'è un problema?”; “La matematica è un linguaggio universale?”...).

Le fasi che caratterizzano tale curriculum non sono diverse da quelle pensate originariamente da Lipman quando elaborò la P4C:

1. Lettura di un “testo-pretesto”: consiste nella lettura ad alta voce di una storia costruita in forma dialogica. I protagonisti del dialogo assumono posizioni differenti relativamente a questioni problematiche e ambigue;
2. Stesura dell'agenda: prevede che i bambini individuino questioni rilevanti, riguardanti la storia appena letta. In questa fase l'insegnante ha il compito di annotare le domande dei bambini sulla lavagna che costituirà, appunto, l'agenda;
3. Individuazione di un piano di discussione: durante questa fase, i bambini analizzano le domande andando ad individuare i temi che da esse emergono e le questioni che ricorrono in più domande. Successivamente, selezionano la domanda che sarà oggetto della discussione;
4. Riflessione individuale: è un tempo in cui i bambini possono riflettere individualmente sulla questione scelta dalla classe prima della discussione di gruppo;
5. Discussione: i bambini e le bambine sono chiamati ad esprimere il proprio punto di vista in merito al tema selezionato argomentando la propria opinione e ascoltando in modo attivo quella altrui. Al fine di favorire la riflessione degli studenti sulla domanda selezionata, l'insegnante propone un'attività matematica collegata alla questione oggetto di discussione;
6. Autovalutazione del lavoro svolto: i bambini e le bambine valutano l'andamento della discussione tenendo in considerazione alcuni criteri quali, ad esempio, il rispetto dei turni di parola, l'ascolto attivo, la capacità di argomentare la propria opinione;
7. Sintesi personale dell'apprendimento: in quest'ultima fase, gli studenti sono invitati a fare una sintesi personale degli apprendimenti acquisiti durante la discussione (Pallascio & Simmt, 2002).

Obiettivo dei materiali elaborati da Daniel, Lafortune, Pallascio, non è quello di entrare nell'ambito della filosofia della matematica, ma di stimolare gli alunni a una comprensione autonoma e critica dei problemi e dei concetti matematici, così come dei pregiudizi e degli stereotipi che spesso vengono legati a questa disciplina (Daniel, 2013)

Le sperimentazioni, volte a valutare l'efficacia di questo approccio utilizzato in classe, hanno coinvolto alunni tra i 9 e i 12 anni⁷ delle scuole francesi del Quebec (Canada) e alcune scuole dell'Australia e del Messico (Daniel, 2013). Sono due i principali aspetti su cui si sono focalizzate queste ricerche: la dinamica degli scambi dialogici

tra studenti in relazione al ruolo svolto dal mediatore (l'insegnante) e l'eventuale influenza di questo approccio sui fattori affettivi degli studenti nei confronti della matematica.

Per motivi di spazio, si tralascerà quest'ultimo aspetto di cui ci si limita a riportare solo un risultato che suscita riflessioni circa l'importanza di una didattica che proponga questioni aperte da poter affrontare all'interno di una comunità di ricerca, al fine di contrastare la comparsa dell'ansia da matematica.⁸

In merito agli scambi comunicativi, invece, è stata svolta una ricerca seminale in una classe I di una scuola secondaria di I grado: i dati raccolti consistono in due discussioni videoregistrate e trascritte svolte una all'inizio e una al termine dell'anno scolastico. Tale ricerca (Daniel et al., 1999), infatti, aveva l'obiettivo di cogliere se, al termine di un anno scolastico in cui era stata proposta una sessione di P4CM alla settimana, si potessero riscontrare cambiamenti nella dinamica degli scambi tra alunni. Da questa ricerca qualitativa è emersa un'evoluzione da una comunicazione prevalentemente monologica, caratterizzata da risposte brevi da parte degli alunni che non permettevano la creazione di una situazione dinamica di co-costruzione della conoscenza, a una comunicazione dialogica, in cui ogni studente sviluppava il proprio intervento sulla base dell'intervento precedente, aumentando così la complessità degli scambi. Tra l'inizio e la fine dell'anno scolastico, si è riscontrato un miglioramento anche nella dinamica degli scambi: dall'essere rivolti principalmente all'insegnante all'essere indirizzati prevalentemente agli altri studenti. I ricercatori hanno colto una relazione tra questi dati e il ruolo del mediatore (l'insegnante): se, infatti, durante la prima rilevazione, il ruolo dell'insegnante era stato principalmente quello di riformulare le risposte degli alunni — poiché tutte le domande poste erano del tipo “domanda-risposta” — durante la seconda rilevazione, il docente ha sollecitato maggiormente gli interventi degli alunni, chiedendo loro di definire i termini utilizzati, ponendoli di fronte a conflitti cognitivi, favorendo l'obiettività delle osservazioni e l'intersoggettività e rilanciando la divergenza di opinioni tra gli alunni per incentivare la discussione. L'insegnante ha così creato una comunità di ricerca all'interno della classe (Striano, 1999; Santi & Oliverio, 2016), favorendo il passaggio da scambi monologici a scambi dialogici (Daniel et al., 1999).

Tali risultati hanno condotto i ricercatori ad evidenziare come l'evoluzione che hanno osservato nei diversi ambiti sia stata principalmente dovuta alla qualità della guida del mediatore che è passato dall'essere “gestore della classe”, a svolgere un “ruolo socratico” volto ad insinuare negli studenti il dubbio, così da provocare in loro quel conflitto cognitivo che li ha spinti ad esercitare un pensiero riflessivo e ad entrare in un dialogo autentico coi loro pari (*ibidem*).

In continuità con quanto espresso, è importante evidenziare che, all'interno del curriculum della P4C, il dialogo è lo strumento che il facilitatore utilizza per costruire la comunità di ricerca in cui i membri, in modo collaborativo, valutano e analizzano opinioni e ragionamenti (Scipione, 2021). Tuttavia, nell'analisi dei dati riportati in questo contributo, ci si riferirà agli scambi tra alunni e insegnante con il termine “discussione” poiché in matematica è ciò che indica il processo di socializzazione dei processi risolutivi di un problema. D'altronde, il dialogo stesso rappresenta una forma particolare di discussione intesa come “il luogo nel quale si argomenta la propria posizione, si forniscono ragioni a supporto, si valutano quelle degli altri” (Scipione, 2021, p. 71) e contraddistinta dall'essere un'esperienza di ricerca.

Un'ulteriore ricerca condotta nel contesto britannico è quella dell'*Education Endowment Foundation*, ente che opera con l'obiettivo principale di spezzare il legame tra il reddito familiare e i risultati scolastici. La ricerca, che ha coinvolto 48 scuole dell'Inghilterra, era volta a verificare se, nell'arco di un anno, l'utilizzo della P4C con gli alunni del 4° e 5° anno della scuola primaria, portasse a risultati scolastici migliori in matematica, lettura e scrittura. I risultati registrano progressi del gruppo sperimentale negli esami nazionali di fine primaria e mostrano un impatto positivo maggiore tra i risultati degli alunni in una condizione di svantaggio economico; tuttavia, relativamente ai test di abilità cognitiva, questi studenti hanno tratto meno benefici dalla P4C rispetto agli altri

alunni, ma non è stato rilevato il motivo della differenza tra tali risultati. Gli insegnanti hanno riferito che il successo complessivo dell'intervento dipendeva dall'inserimento della P4C nell'orario scolastico in modo regolare. Insegnanti e alunni hanno evidenziato che la P4C ha avuto un'influenza positiva su altri risultati più ampi, come la sicurezza nell'esporre le proprie idee, le capacità di ascolto e l'autostima (EEF, 2015).

2.1 L'insegnante come facilitatore del pensiero matematico

Il ruolo dell'insegnante nelle sessioni di P4CM è stato analizzato in un'ulteriore ricerca condotta in Australia, Messico e Quebec che ha coinvolto otto classi di studenti tra i 10 e i 12 anni (Daniel, 2013). Lo studio evidenzia tre tipi di scambi tra studenti: aneddotici, in cui i bambini parlano in modo non strutturato di esperienze personali; monologici, in cui gli interventi, oltre a presentare difficoltà nella giustificazione degli stessi, sono indipendenti gli uni dagli altri; dialogici, che variano da *non critici*, in cui vi è un'accettazione acritica delle opinioni, a *critici*, in cui i punti di vista degli alunni contribuiscono non solo a migliorare la prospettiva del gruppo, ma a trasformarla.

L'analisi di tali scambi ha constatato che le difficoltà degli studenti ad impegnarsi in un dialogo critico derivi dalla relazione stimolo-riflessione tra insegnante e alunni. Quando l'insegnante non ha monitorato da vicino la riflessione degli alunni si sono verificati i primi due tipi di scambi (aneddotici e monologici); quando, al contrario, ha sostenuto gli alunni nelle riflessioni, senza però stimolare le loro capacità argomentative e critiche, gli studenti hanno imparato a pensare in modo autonomo, ma non ad argomentare, utilizzando spesso esempi personali a sostegno dei propri punti di vista; infine, quando l'insegnante ha favorito l'interazione tra gli alunni chiedendo giustificazioni e stimolando le critiche, gli studenti hanno imparato a rispettare punti di vista divergenti, a giustificare le proprie opinioni, ad accogliere e formulare in modo costruttivo le critiche dei compagni: hanno cioè imparato a filosofare sulla matematica (Daniel, 2013; Scipione, 2022).

Se da un lato le ricerche finora presentate si sono focalizzate sull'analisi delle discussioni in termini prevalentemente verbali, dall'altro molte ricerche che si sono occupate di indagare le argomentazioni in ambito matematico hanno adottato un approccio multimodale (Arzarello & Sabena, 2014; Ferrara et al., 2014). Quest'ultimo considera, come risorse a disposizione di insegnanti e studenti, non solo il linguaggio simbolico e verbale (scritto e orale), ma anche gesti, sguardi, disegni, artefatti.⁹ L'uso di una molteplicità di canali comunicativi risponde a una specifica esigenza epistemologica della disciplina matematica: gli oggetti matematici, infatti, non sono direttamente accessibili ai sensi; pertanto, necessitano di essere mediati da rappresentazioni o segni (Sabena, 2011). Per questo motivo, molte ricerche assumono il paradigma multimodale come quadro teorico per l'analisi dei processi di insegnamento-apprendimento della matematica (Arzarello, 2006; Arzarello et al., 2009; Ferrara et al., 2014; Sabena, 2011; Sabena et al., 2016).

Tra i diversi tipi di rappresentazioni che insegnanti e studenti possono mettere in campo nell'attività matematica svolta in classe, i gesti costituiscono una delle risorse semiotiche su cui diversi ricercatori hanno posto particolare attenzione (Arzarello et al., 2009; Arzarello & Sabena, 2014; Sabena, 2011, 2018). Infatti, essi sono espressioni corporee che, considerate nell'interazione dialettica con gli altri sistemi rappresentativi, possono restituire pensieri, ipotesi, argomentazioni e dimostrazioni nella loro complessità e globalità (Sabena, 2011). A tal proposito, alcune ricerche hanno evidenziato il duplice ruolo che i gesti possono rivestire nell'ambito della matematica: da un lato, essi supportano i processi di pensiero degli studenti e promuovono la transizione dai "segni personali", cioè segni prodotti dagli studenti in fase di risoluzione di problemi, ai "segni matematici", corrispondenti al sapere istituzionale e, perciò, convenzionali; dall'altro, essi svolgono una funzione comunicativa utile sia all'in-

segnante, che può usarli come strumenti di comunicazione in modo consapevole, sia agli alunni, poiché permettono loro di esprimere concetti difficilmente comunicabili per loro in modo puramente verbale o formale (Arzarello et al., 2009).

Dall'analisi della letteratura riportata emerge una prevalenza di studi che indagano l'applicazione della P4C in matematica a partire solo dal secondo biennio della scuola primaria. Il presente contributo intende colmare tale lacuna, dimostrando come la pratica della comunità di ricerca, volta ad alimentare i processi argomentativi - in matematica e nell'apprendimento in generale - sia attuabile fin dai primi anni di scolarizzazione. Tale anticipazione, inoltre, risponde alla priorità didattica di prevenire l'insorgere di una visione procedurale della matematica, volta alla mera applicazione di formule e regole, e favorire una visione relazionale, che permette di dare senso a quanto si applica. In tale prospettiva, data l'età dei bambini coinvolti, l'indagine non si limiterà alla dimensione verbale, ma agirà in ottica multimodale, focalizzandosi sulla gestualità. Si ritiene infatti che, a 7 anni, l'uso dei gesti rappresenti una risorsa fondamentale per compensare una maturità linguistica ancora in divenire.

3. Quadro teorico

3.1 Approccio multimodale

Il problema di ricerca finora delineato implica l'analisi delle argomentazioni dei soggetti apprendenti all'interno di discussioni di bilancio a seguito della risoluzione di problemi aperti. Di conseguenza, il quadro teorico alla base di questo lavoro deve considerare diversi aspetti. Infatti, nel processo di argomentazione, e nell'apprendimento della matematica in generale, studenti e insegnanti attivano diverse risorse: parole nella forma scritta o orale; linguaggio non verbale (gesti o sguardi); espressioni scritte (disegni, schizzi, grafici); diversi tipi di strumenti da carta e penna fino ad arrivare a strumenti più tecnologici ecc. (Arzarello & Sabena, 2014).

Considerare solo gli aspetti verbali sarebbe, dunque, riduttivo rispetto a tutto ciò che viene messo in gioco nel processo di argomentazione. Perciò, per analizzare le argomentazioni degli studenti a sostegno delle loro soluzioni, si intende utilizzare un approccio multimodale, in grado di restituire la molteplicità delle risorse utilizzate in fase di argomentazione. Tale approccio spinge verso il modello teorico indicato da Arzarello (2006) come "fascio semiotico". Esso, superando l'approccio di Duval (2006), che considera solo i registri di rappresentazione formalizzati, prende in esame gli aspetti verbali, ma anche gesti, disegni spontanei, scritte... Risulta necessario considerare tutte le modalità che gli studenti utilizzano in modo integrato, poiché esse forniscono un'ampia gamma di informazioni, circa il processo cognitivo messo in atto, che il solo discorso (scritto o orale) non permetterebbe di cogliere (Ferrara et al., 2014).

Arzarello et al. (2009) sottolineano che "un fascio semiotico è costituito dai segni prodotti da uno studente o da un gruppo di studenti durante la risoluzione di un problema e/o la discussione di un quesito matematico" (Arzarello et al., 2009, p. 100, trad. aut.): per questo motivo, un fascio semiotico è una struttura dinamica che evolve nel tempo. Pertanto, considerare le diverse componenti del fascio è ciò che consente di cogliere la dinamicità dell'attività semiotica multimodale dei soggetti, restituendo una visione olistica dei segni prodotti, delle loro relazioni e delle loro trasformazioni (*ibidem*).

Il desiderio di voler cogliere le componenti del fascio semiotico nella loro dinamicità induce all'utilizzo di due diverse prospettive: sincronica e diacronica. La prima, "considera le relazioni tra le diverse risorse semiotiche attivate simultaneamente dai soggetti in un certo momento" (Arzarello et al., 2009, p. 100, trad. aut.); la seconda, invece, "si focalizza sull'evoluzione dei segni attivati dai soggetti in momenti successivi (in periodi di tempo brevi o lunghi)" (Arzarello et al., 2009, p. 100, trad. aut.), cioè permette di cogliere l'evoluzione o la ripresa di parole,

gesti, concetti, ecc. utilizzati precedentemente dall'insegnante o dagli alunni. Risulta dunque evidente la necessità di utilizzare entrambe le modalità di analisi per cogliere il ruolo delle diverse tipologie di segni attivati dagli studenti nell'argomentare le loro soluzioni ai problemi. In particolare, l'analisi sincronica permetterà di osservare se gli studenti utilizzino contemporaneamente segni differenti (ad esempio gesti e linguaggio verbale) per trasmettere una stessa informazione o se, invece, un segno sia complementare al significato dell'altro. L'analisi diacronica, al contrario, considerando momenti successivi di una discussione, consente di indagare ciò che Vygotskij (2007) chiama processo di interiorizzazione, cioè il passaggio da processi interpersonali (prodotti da altri soggetti) a processi intrapersonali (prodotti dal soggetto che, quindi, mostra di aver interiorizzato un determinato gesto, concetto, significato, ecc.): infatti, in un contesto di discussione collettiva, in cui i bambini sono in relazione tra loro e con l'insegnante, se un gesto, una parola, un disegno prodotto da uno, viene ripreso dagli altri, viene interpretato come interiorizzato.

Infine, l'impiego di un approccio multimodale rende necessario l'utilizzo complementare di due diversi modelli: uno per l'analisi degli aspetti verbali, uno per indagare la relazione gesti-discorso e cogliere i diversi tipi di gesti. Nel primo caso, ci si riferirà al modello argomentativo elaborato da Toulmin (1975), nel secondo, ci si riferirà al framework esposto da Arzarello e Sabena (2014) e alle diverse categorie di gesti definite da McNeill (1992). Il quadro teorico che viene a delinarsi risulta quindi un coordinamento di teorie, nello spirito del *networking of theories* definito da Bikner-Ahsbals e Prediger e colleghi (2014). Di seguito introduciamo gli altri elementi del quadro teorico per poi mostrarne il coordinamento nell'analisi dei dati nella Sezione 5.

3.2 Il modello argomentativo di Toulmin

Toulmin paragona l'argomentazione a un organismo fatto di una struttura anatomica macroscopica (la macro-argomentazione), sorretta da una serie di strutture microscopiche più articolate (le micro-argomentazioni) (Toulmin, 1975). È su quest'ultime che l'autore focalizza la propria attenzione, andandone ad elencare le diverse componenti:

1. Conclusione - *Claim* (C): corrisponde all'enunciato o conclusione sostenuta da chi parla;
2. Dati - *Data* (D): sono i fatti a cui ci si appella per sostenere la conclusione, le informazioni che occorre esibire qualora questa venisse messa in dubbio;
3. Garanzie - *Warrant* (W): sono ciò che legittima e rende esplicita la connessione tra i dati e la conclusione, permettendo di fare un'inferenza. Tale collegamento viene solitamente esplicitato attraverso connettivi quali, ad esempio, "quindi", "allora", "cioè" e, forse il più ricorrente tra i bambini, "e poi".
4. Qualificatori modali - *Qualifier* (Q): conferiscono diversi gradi di forza alla conclusione che giustificano dal momento che le garanzie possono essere di diversi tipi;
5. Confutazione - *Rebuttal* (R): corrisponde alle condizioni di eccezione che potrebbero confutare la conclusione;
6. Fondamento delle garanzie - *Backing* (B): sono ulteriori informazioni a supporto della garanzia e, di conseguenza, dell'inferenza che collega dati e conclusione.

Affinché esista un'argomentazione non sono indispensabili tutte e sei le componenti: tra queste, conclusione, dati e garanzia, sono necessarie per dar vita ad un'argomentazione elementare (Fig. 1); al contrario, i qualificatori modali, la confutazione e il fondamento delle garanzie, entrano in gioco nel caso di argomentazioni più complesse (Fig. 2), che richiedono chiarimenti a supporto della conclusione.

Figura 1

Primo scheletro del modello argomentativo di Toulmin

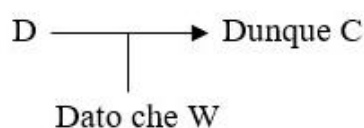
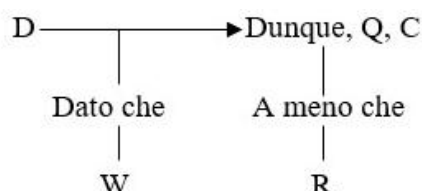


Figura 2

Componenti di un'argomentazione



Tale modello, adattato da Marina Santi (2006) per analizzare i protocolli di discussioni in classe, ha permesso di spostare l'attenzione dal prodotto (l'argomentazione) al processo (ragionare insieme per produrre un'argomentazione). Il modello di Toulmin, in linea con l'analisi dei dati esposta nel Par. 5.2, è funzionale a cogliere come i bambini costruiscano significati in modo collettivo: se in una discussione si producono molti *dati* e *conclusioni* ma nessuna *garanzia*, potrebbe essere sintomo del fatto che la comunità di ricerca stia scambiando opinioni ma non stia ancora “ragionando con il discorso” per produrre argomentazioni vere e proprie (Santi, 2006).

Nell'ambito della didattica della matematica l'analisi intrecciata dell'uso dei canali verbali e non verbali nell'argomentazione matematica è stata svolta da Reuter (2023) che ha utilizzato il modello argomentativo proposto da Toulmin per studiare le argomentazioni di bambini in età prescolare (4 e 5 anni). Il ricercatore individua in tale modello argomentativo sia potenzialità, poiché risulta essere un utile approccio per analizzare la struttura di un'argomentazione, sia limiti, derivanti dal fatto che, soffermandosi sulla struttura dell'argomentazione, ne restituisce il prodotto, ma non il processo. Reuter cerca quindi di superare tali limiti integrando il modello di Toulmin con il concetto teorico di “argomentazione esplorativa”. Essa mira a far convergere le conoscenze dei partecipanti alla discussione di carattere argomentativo, arrivando così a una conoscenza co-costruita. L'argomentazione matematica esplorativa implica infatti un processo di costruzione collaborativa della conoscenza che coinvolge l'inferire conclusioni ragionevoli all'interno di un contesto matematico a partire da premesse.

Nonostante l'argomentazione esplorativa preveda che, nel momento in cui si va a ricostruire il processo argomentativo dei bambini, gesti e azioni basate sul materiale vengano prese in considerazione al pari delle dichiarazioni verbali, l'analisi effettuata da Reuter nel suo studio si è focalizzata solo sugli aspetti verbali. Per questo motivo, al termine della ricerca Reuter, constatando che le affermazioni dei bambini rimangono spesso implicite, invita a considerare anche gli aspetti non verbali attivati dai bambini.

È proprio a partire da questo invito di Reuter che, nella prossima sezione, si presenterà la classificazione dei gesti proposta da McNeill (1992) che permette di integrare gli aspetti verbali con quelli non verbali.

3.3 Classificazione e ruolo dei gesti

Nella loro ricerca sulla funzione analitica-strutturale dei gesti nei processi di argomentazione matematica, Arzarello e Sabena (2014) sostengono che i gesti sono componenti inscindibili del discorso, una risorsa che gli studenti hanno a disposizione per poter colmare il *gap* tra la loro esperienza quotidiana e la matematica formale.

McNeill definisce i gesti come “i movimenti delle mani e delle braccia che vediamo quando le persone parlano” (McNeill, 1992, p. 1, trad. aut.) e li classifica in quattro categorie, in base alla loro funzione rispetto al discorso:

- iconici: hanno una stretta relazione con il contenuto semantico del discorso che accompagnano;
- metaforici: hanno molti aspetti in comune con i gesti iconici, ma in questo caso il contenuto semantico è un concetto astratto;
- battiti: scandiscono il ritmo del discorso, evidenziando la significatività di una parola non per il suo contenuto semantico ma per quello discorsivo-pragmatico;
- deittici: spesso accompagnati da parole come “là” o “questo” e solitamente effettuati con il dito indice, vengono usati per riferirsi a oggetti concreti o posizioni nello spazio.

Nel definire i gesti, McNeill afferma che essi sono “strettamente sincronizzati con il flusso del discorso” (McNeill, 1992, p. 11, trad. aut.), sottolineando così la complementarità di gesti e linguaggio nella comunicazione di un significato. In merito a questo, Arzarello e Sabena mettono in luce il ruolo che i gesti, e le risorse semiotiche in generale, svolgono nella strutturazione di argomentazioni matematiche, contesto in cui la supremazia del piano discorsivo è ancora indiscussa (Arzarello & Sabena, 2014). Tuttavia, è necessario non sottovalutare l'importanza che i gesti possono avere nel completare il significato di un messaggio, specie per chi non ha ancora raggiunto una piena maturità linguistica.

4. Aspetti metodologici dell'indagine

Il presente studio si colloca all'interno di un paradigma di ricerca qualitativo, volto a descrivere i processi che avvengono in classe piuttosto che a valutarne la generalizzabilità. Pertanto, è stato implementato uno studio di caso, realizzato in una classe seconda di una scuola primaria in provincia di Bologna. Attraverso lo strumento della videoregistrazione, si sono documentate tre diverse discussioni di bilancio a seguito della risoluzione di tre problemi aperti, in coerenza con gli obiettivi sopra dichiarati. Per ragioni di spazio, in questo articolo si prenderà in considerazione uno solo dei problemi proposti.

Per la rilevazione dei dati si è scelta una classe in cui l'insegnante di matematica avesse familiarità con tali aspetti, così da poter focalizzare l'attenzione sul principale oggetto di ricerca: le argomentazioni prodotte da bambini di questa età abituati alla discussione sui problemi. Pertanto, si sono considerate le produzioni degli studenti in una situazione d'aula reale, nelle ore curricolari della scuola.

L'età dei bambini ha influenzato la scelta metodologica dell'insegnante di far lavorare gli alunni a coppie nella fase di risoluzione dei problemi. Infatti, nei primi anni della scuola primaria l'insegnante coinvolta predilige far lavorare i bambini in piccoli gruppi, per poi aumentare gradualmente la numerosità del gruppo con il progredire delle capacità di interazione sociale e cooperativa degli alunni. Tale aspetto ha avuto ricadute importanti nella fase di discussione di bilancio, in cui l'interazione prevalente è avvenuta tra insegnante-coppia di bambini, per poi essere estesa al gruppo classe attraverso interventi di sintesi da parte della docente. Pertanto, l'analisi dell'argomentazione terrà conto del contributo sinergico della coppia.

L'ingresso in classe e la rilevazione dei dati è avvenuta nell'arco di tre mesi (da marzo a maggio) durante i quali sono state condotte cinque osservazioni preliminari.¹⁰ In questa fase, si è scelto di videoregistrare discussioni di bilancio inerenti al nucleo tematico “spazio e figure”,¹¹ in linea con le attività programmate dall'insegnante sui problemi aperti legati allo sviluppo del cubo.

Per la raccolta dei dati sono state utilizzate due videocamere: una fissa, posizionata in fondo all'aula, per restituire uno sguardo globale dell'interazione insegnante-classe; una mobile, per catturare nel dettaglio gli aspetti non verbali attivati da insegnante e alunni. Volendo focalizzare l'attenzione sugli aspetti multimodali del processo

argomentativo, in coerenza con il quadro teorico sopra delineato, l'approccio adottato per l'analisi è di tipo micro-etnografico (Radford & Sabena, 2014). Così come prescritto da tale approccio, le video-registrazioni sono state trascritte arricchendole con le produzioni multimodali degli studenti che includono anche i segni grafici e i gesti. L'analisi è avvenuta classificando le relazioni sincroniche e diacroniche (Arzarello et al., 2009) che intercorrono tra i diversi segni del fascio semiotico. Per la classificazione dei gesti si fa riferimento al quadro di McNeill sopra presentato. Le relazioni tra i diversi segni sono state organizzate facendo riferimento al quadro di Toulmin.

Nella prossima sezione si presenterà l'analisi dei dati raccolti. Per esemplificare le diverse categorie di argomentazione, si riporteranno alcuni estratti di discussione così organizzati in tabella:

- la prima colonna presenta la numerazione degli interventi;
- la seconda colonna riporta la trascrizione delle parole utilizzate dai bambini¹² per argomentare (si indica con "I" l'insegnante);
- la terza colonna propone le immagini necessarie a comprendere quanto espresso oralmente dagli alunni;
- la quarta colonna restituisce le parole (sottolineate) sincrone ai gesti e la rispettiva classificazione del gesto secondo la categorizzazione di McNeill;
- l'ultima colonna esplicita gli interventi che riprendono gesti, parole, immagini ecc. emerse nelle parti precedenti della discussione.

In seguito ad alcune argomentazioni significative, se ne riporta una rappresentazione schematica in base al modello di Toulmin.

5. Risultati

5.1 Introduzione del concetto di cubo e presentazione del problema oggetto di analisi

La proposta dei problemi aperti, oggetto di analisi della ricerca, è stata preceduta da tre lezioni volte ad introdurre il concetto di cubo. L'obiettivo era condurre i bambini a formalizzare i concetti di "facce", "spigoli" e "vertici" di un cubo. Per perseguire tale obiettivo, la docente ha usato come artefatto¹³ un dado, oggetto noto. Per prima cosa è stato distribuito un dado ad ogni bambino per permettere loro di osservarlo e descriverne le caratteristiche: da tale osservazione i bambini sono arrivati ad individuare le "facce" del cubo, ma non gli "spigoli" e i "vertici". Per questo motivo, nella lezione successiva è stata proposta una filastrocca che, nominando spigoli, vertici e la loro numerosità, ha permesso ai bambini di individuare anche queste parti del cubo. Infine, è stato loro proposto di costruire un cubo e di attaccare in ogni faccia una emoticon¹⁴ seguendo delle regole che esplicitavano quale dovesse essere "opposta" a un'altra. È in tale occasione che i bambini hanno iniziato a riflettere sul concetto di "facce opposte" attraverso l'uso di gesti che prevedevano la disposizione parallela delle due mani aperte.

Queste lezioni introduttive hanno consentito agli alunni di iniziare a familiarizzare con alcuni concetti fondamentali necessari per affrontare i problemi aperti successivamente proposti.

In particolare, il problema intitolato "Il dado" richiedeva la preconsenza del concetto di "faccia opposta", poiché consisteva nel completare la disposizione dei punti sulle facce di un dado il cui sviluppo presentava già una delle facce completa di 6 punti. Il testo ricordava, inoltre, che i punti sulle facce di un dado presentano i numeri da 1 a 6 e che la somma dei punti delle facce opposte deve essere sempre 7 (Fig. 3).

Figura 3

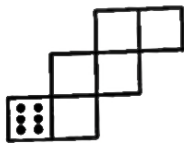
Testo del problema “Il dado”

IL DADO

SU UNO DEI QUADRATI DI QUESTA FIGURA SONO STATI DISEGNATI SEI PUNTI. SE TAGLIATE E PIEGATE LA FIGURA LUNGO LE SUE LINEE, POTETE COSTRUIRE UN DADO.

DISEGNATE I PUNTI DELLE ALTRE CINQUE FACCE.

SAPPIATE CHE I PUNTI SULLE FACCE DI UN DADO SONO SEMPRE DA 1 A 6 E CHE LA SOMMA DEI PUNTI DI DUE FACCE OPPOSTE È SEMPRE 7.



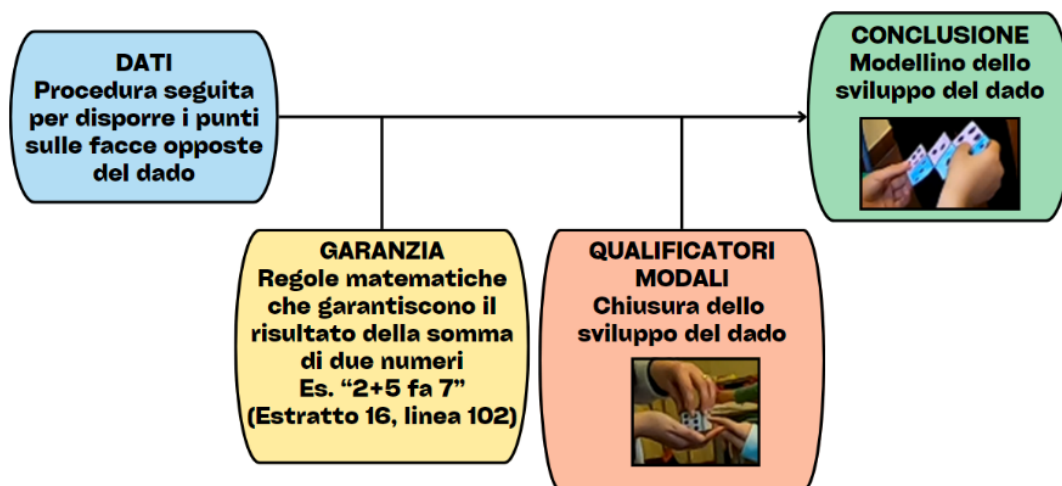
Per la risoluzione del problema, ad ogni coppia è stato fornito un foglio con il disegno dello sviluppo (come mostrato nel testo del problema), utilizzabile come supporto concreto per trovare una soluzione o anche solo per raffigurare la soluzione individuata.

5.2 Analisi del problema “Il dado”

Le diverse argomentazioni attraverso cui i bambini hanno sostenuto la validità delle proprie soluzioni, analizzate attraverso il modello argomentativo fornito da Toulmin (Fig. 4), presentano il medesimo schema, oltre che un elemento unificante: esse sono tutte di tipo iconico e, dunque, non riscontrabili direttamente nelle parole degli alunni.

Figura 4

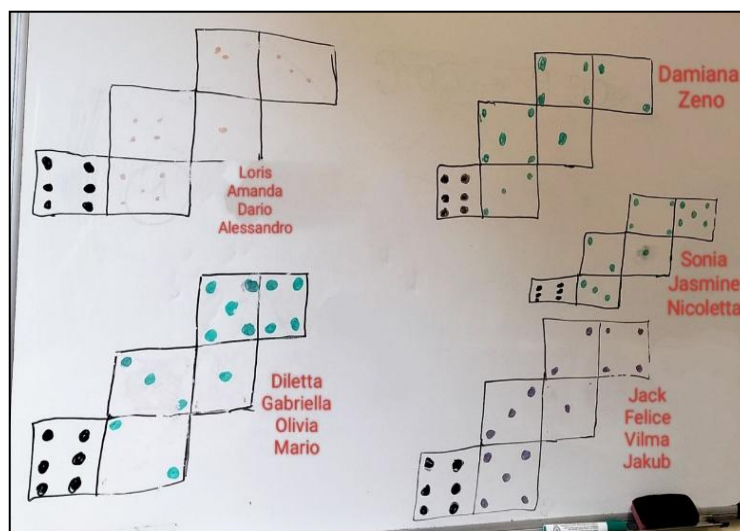
Rappresentazione schematica di una tipica argomentazione di questo problema secondo il modello di Toulmin



Le diverse conclusioni a cui le coppie sono giunte coincidono, infatti, con gli sviluppi del cubo da loro completati cercando di rispettare le regole imposte dal problema (Fig. 5).

Figura 5

Soluzioni trovate dai bambini



I *dati* da cui i bambini sono partiti corrispondono alle procedure che hanno utilizzato per disegnare i punti nelle facce dello sviluppo, esposte dalle coppie integrando aspetti verbali e gestuali, utilizzati per riferirsi allo sviluppo stesso (*artefatto*). Il principio generale che ha permesso ai bambini di passare dai dati alla conclusione equivale alle regole matematiche di base che confermano le seguenti addizioni: $6+1=7$; $5+2=7$; $4+3=7$ (*garanzia*). Infine, la tendenza dei bambini a chiudere, durante il processo argomentativo, lo sviluppo del dado, per mostrare empiricamente che la somma dei punti sulle facce opposte fosse 7, è ciò che, indirettamente, ha conferito maggior forza alla validità delle soluzioni trovate (*qualificatore modale*).

Poiché la struttura delle argomentazioni fornite si ripete nelle diverse coppie di bambini, si intende ora focalizzare l'attenzione sui *dati*, cioè sulle strategie risolutive che hanno condotto molti alunni a trovare la medesima soluzione (Tab. 1 e Tab. 2).

Tabella 1

Trascrizione della presentazione della strategia di Loris

Estratto 14				
Linea	Trascrizione	Dato aggiuntivo	Analisi sincronica	Analisi diacronica
49	Loris: All'inizio abbiamo preso il foglio, poi l'abbiamo ritagliato e poi abbiamo messo per primo il numero 4.			
50	I: Ah e come mai hai scelto il numero 4 per partire?			
51	Loris: Boh, mi è venuto questo.			
52	I: Ti è venuto quello lì. E dove lo hai posizionato il 4?			
53	Loris: <u>Qui!</u>		<u>Qui:</u> indica la faccia nel modellino dove ha disegnato il numero 4 →Gesto deittico	
54	I: Qui? Com'è che hai deciso di metterlo proprio qui?			
55	Loris: [solleva le spalle]			

Andrea Maffia, Elisabetta Pisani, Mariangela Scarpini – *Philosophy for Children e argomentazione matematica: Un'analisi multimodale in una classe seconda primaria*

DOI: <https://doi.org/10.60923/issn.1970-2221/22841>

Tabella 2

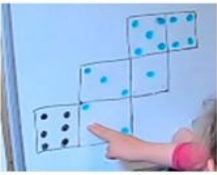
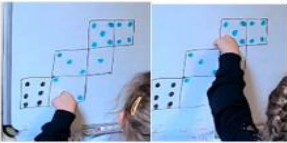
Trascrizione della presentazione della strategia di Alessandro

Estratto 15				
Linea	Trascrizione	Dato aggiuntivo	Analisi sincronica	Analisi diacronica
86	Alessandro: Il nostro è uguale a quello di Loris e Amanda.			Confronto con una soluzione trovata dai compagni.
87	I: Ah quindi il vostro è uguale al loro? [...] mi spiegate come avete posizionato i pallini? Perché magari vi siete mossi diversamente.			
88	Alessandro: Prima abbiamo visto che <u>qui c'era il 6</u> e quindi abbiamo messo <u>qui l'1</u> , perché sono facce opposte. Poi abbiamo cominciato <u>da qui, dal 4</u> perché sono opposte 4 e 3, ci abbiamo messo il 3; e poi 5 è opposto a 2.		<u>qui c'era il 6:</u> indica la faccia dello sviluppo con i 6 punti →Gesto deittico <u>qui l'1:</u> indica la faccia dello sviluppo dove hanno disegnato 1 punto →Gesto deittico <u>da qui, dal 4:</u> indica la faccia dello sviluppo dove hanno disegnato 4 punti →Gesto deittico	
89	I: Ma per vedere che erano opposte l'avete piegato o l'avete fatto a occhio?			
90	Alessandro: Prima abbiamo fatto a occhio, però per fare i puntini lo abbiamo piegato.			

Dagli estratti si nota che le due procedure differiscono non solo per l'ordine con cui è stato posizionato il numero 1, rispettivamente alla fine e all'inizio della procedura risolutiva, ma anche per la strategia utilizzata: nel primo caso, la soluzione è stata trovata empiricamente, chiudendo lo sviluppo del cubo; nel secondo caso, è stata fatta una stima (estratto 15, linea 90) di una possibile soluzione, successivamente verificata sperimentalmente. Tuttavia, in base a quanto riportato, non si riscontra un confronto esplicito sulla procedura seguita per risolvere il problema da parte dei bambini, i quali si sono invece soffermati sul confronto della propria soluzione con quelle dei propri compagni (disegnate alla lavagna), arrivando a individuarne le uguaglianze. Questo è ciò che è accaduto anche nel caso delle coppie formate da Gabriella e Diletta e da Olivia e Mario, arrivate anche loro alla medesima soluzione, ma entrambe utilizzando lo stesso approccio risolutivo: chiudere lo sviluppo così da essere certi di seguire la regola delle facce opposte (Tab. 3).

Tabella 3

Trascrizione della presentazione della strategia di Gabriella e Diletta

Estratto 16				
Linea	Trascrizione	Dato aggiuntivo	Analisi sincronica	Analisi diacronica
97	Gabriella: La prima faccia che abbiamo disegnato è stato il <u>due</u> .		<u>il due:</u> indica la faccia con due pallini che hanno disegnato alla lavagna →Gesto deittico	
98	I: Com'è che siete partite dal 2?			
99	Gabriella: Abbiamo iniziato dal 2 perché volevamo andare <u>in fila</u> , avevamo trovato tantissime soluzioni che abbiamo cancellato perché non funzionavano e allora abbiamo detto <u>iniziamo dal 2</u> , poi <u>facciamo il 3, l'1, il 5 e il 4</u> e siamo andate in fila. Però prima avevamo anche iniziato dal 4, avevamo fatto una prova, ma volevamo iniziare <u>da qui</u> , e poi dopo...		<u>volevamo andare in fila:</u> con l'indice percorre lo sviluppo del dado dal basso verso l'alto →Gesto iconico <u>dal 2, poi facciamo il 3, l'1, il 5 e il 4:</u> mentre dice i numeri indica le facce dello sviluppo con i punti corrispondenti →Gesto deittico <u>da qui:</u> indica la faccia dello sviluppo con due punti →Gesto deittico	
100	I: Ma per controllare che le vostre prove andassero bene come facevate?			
101	Gabriella: Praticamente [prende il modellino dalle mani della compagna] chiudevamo il dado, <u>tipo così</u> e guardavamo così e dicevamo [restituisce il modellino a Diletta] “ah c'è questo!”, allora <u>l'abbiamo aperto</u> , abbiamo messo un punto e abbiamo detto “ <u>lo disegniamo qui</u> ”.		<u>tipo così:</u> mostra come hanno chiuso lo sviluppo →Gesto iconico <u>l'abbiamo aperto:</u> apre le mani →Gesto iconico <u>lo disegniamo qui:</u> indica la faccia con due punti della loro soluzione disegnata alla lavagna →Gesto deittico	
102	Diletta: <u>2+5</u> fa 7, quindi poi abbiamo fatto le altre.		<u>2+5:</u> indica le facce corrispondenti a 2 e 5 →Gesto deittico	
103	I: Ok, <u>disegnate, chiudevate, controllate se andava bene...</u>			Sintesi della strategia risolutiva
104	Gabriella: Poi tenevamo il dito sul dado... <u>tipo qua</u> non so.		<u>tipo qua:</u>	

			indica una faccia del modellino di sviluppo →Gesto deittico	
105	I: Vi tenevate il punto per la faccia da fare dopo.			
106	Gabriella: E dicevamo “Ah ecco, va qua!”			

In questo estratto, oltre all’abbondanza di gesti deittici e iconici che accompagnano il discorso delle alunne, si evidenzia la complementarità dei loro interventi (estratto 16): da un lato, infatti, Gabriella descrive dettagliatamente il procedimento seguito per completare lo sviluppo (estratto 16, linea 99 e 101) usando gesti iconici, che permettono di seguire anche visivamente la procedura utilizzata, e gesti deittici, da cui si colgono le parti dello sviluppo a cui si riferisce verbalmente; dall’altro, Diletta completa il ragionamento della compagna, esplicitando la garanzia (estratto 16, linea 102) che collega dati e conclusione. In proposito, è interessante notare come tale garanzia emerga nelle parole della maggior parte dei bambini: Jack, ad esempio, afferma che “2 e 5 facevano 7”, mentre Sandro espone così le prime mosse risolutive della coppia: “Qua c’era il 6, qua abbiamo messo l’1 perché 6 e 1 abbiamo pensato che faceva 7, quindi l’abbiamo messo lì!”. Questo elemento distingue le argomentazioni prodotte nella risoluzione di questo problema da quelle emerse negli altri problemi proposti nel più ampio contesto della ricerca,¹⁵ che prevedeva l’analisi di tre problemi aperti, in cui la garanzia risultava spesso implicita nel ragionamento degli alunni.

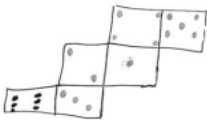
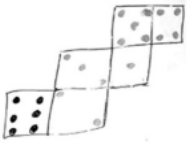
Successivamente, Mario e Olivia si presenteranno alla lavagna dichiarando di aver trovato la stessa soluzione di Diletta e Gabriella, dimostrando così, proprio come Alessandro, di essere riusciti a confrontare la propria soluzione con quelle disegnate alla lavagna e di averne colto l’equivalenza con quella di Diletta e Gabriella: gli interventi di queste ultime al termine dell’argomentazione di Mario, evidenziano la loro capacità di seguire il suo ragionamento. Sarà, tuttavia, l’insegnante ad esplicitare quali passaggi differenziano le procedure risolutive delle due coppie.

L’associazione di gesti deittici ad espressioni verbali riferite all’artefatto (modellino di sviluppo) o ai disegni delle soluzioni riportate alla lavagna, emersa dall’analisi sincronica, permette di evidenziare il ruolo indispensabile che i gesti ricoprono per i bambini nella strutturazione della loro argomentazione. Allo stesso tempo, numerosi sono anche i gesti iconici che gli alunni utilizzano in associazione ad avverbi come, ad esempio, “così”, attraverso cui i bambini introducono la dimostrazione fisica dell’azione svolta in fase risolutiva.

A livello diacronico, invece, oltre ad aver rilevato la capacità dei bambini di confrontare la propria soluzione con quella dei compagni, si è evidenziata l’attitudine di alcune coppie ad individuare somiglianze con una soluzione diversa dalla propria. È il caso, per esempio, di Jasmine e Sonia che, dopo aver argomentato la propria soluzione, concludono come segue (Tab. 4).

Tabella 4

Trascrizione della presentazione della strategia di Jasmine e Sonia

Estratto 18				
Linea	Trascrizione	Dato aggiuntivo	Analisi sincronica	Analisi diacronica
145	Jasmine: Praticamente è uguale <u>a questa</u> ma <u>questi due sono girati</u> .	 <p>Soluzione di Jasmine e Sonia</p>  <p>Soluzione di Olivia, Mario, Gabriella e Diletta</p>	<p><u>a questa:</u> si avvicina alla lavagna e indica la soluzione di Olivia, Mario, Gabriella e Diletta → Gesto deittico</p> <p><u>questi due sono girati:</u> indica le facce con 2 e 3 punti → Gesto deittico</p>	
146	Sonia: E anche <u>il 5 e 4</u> .		<p><u>il 5 e 4:</u> indica rispettivamente le facce con 5 e 4 punti → Gesto deittico</p>	

6. Discussione

6.1 Ruolo degli artefatti e dei gesti

Il presente contributo ha posto al centro il ruolo delle diverse componenti del fascio semiotico nelle argomentazioni matematiche dei bambini. L'analisi dei dati raccolti mediante la videoregistrazione di discussioni di bilancio relative a problemi aperti ha permesso di notare il ruolo chiave ricoperto dall'uso degli artefatti e dalla gestualità. Infatti, poiché lo sviluppo di un dado rappresentava sia l'artefatto fornito per la risoluzione del problema sia la soluzione del problema stesso, è stato inevitabile per i bambini riferirsi a questo in fase argomentativa. Anche nella risoluzione degli altri problemi considerati nel più ampio contesto della ricerca si era rilevato un frequente riferimento agli artefatti utilizzati in fase risolutiva. Tuttavia, mentre in alcuni casi questi artefatti rappresentavano solo la conclusione di un'argomentazione completa di premesse e garanzie, in altri, erano il mezzo attraverso cui gli studenti conferivano maggiore o minore forza alla soluzione trovata. Ciò conferma quanto rilevato da ricerche che evidenziano come gli studenti, generalmente, preferiscano argomenti empirici piuttosto che deduttivi (Mariotti, 2022). Si ipotizza, tuttavia, che ciò sia dovuto anche all'età dei soggetti presi in considerazione in questo studio: la prova empirica permette agli alunni o di trovare una soluzione (estratto 16, linea 101) o di verificare quanto colto, in un primo momento, "a occhio" (estratto 15, linea 90). In proposito, è interessante notare l'evoluzione avvenuta nel corso della ricerca: inizialmente si è riscontrata una forte dipendenza dall'oggetto concreto (modellino dello sviluppo del cubo) per la risoluzione del problema successivamente alcuni sono giunti alla soluzione riuscendo ad immaginarla (estratto 15, linea 90), senza il bisogno di visualizzarla concretamente, probabilmente per via della familiarità acquisita nel corso dei giorni e dei problemi proposti, con il cubo e i suoi sviluppi. Ciò evidenzia come alcuni alunni siano riusciti ad attuare il passaggio dalle "prove pragmatiche" alle "prove intellettuali" (Balacheff, 1987): "per le prime, il riferimento è alla verifica diretta, per le seconde è il ricorso all'espressione verbale, che richiede e consente di attuare il distacco dal contesto dell'azione" (Mariotti, 2022, p. 104). È il caso, per esempio, di Jasmine e Sonia che confrontano la propria soluzione con quella dei compagni senza il bisogno di ruotarla concretamente ma immaginando dove sarebbero andati a finire i punti delle diverse facce dello sviluppo del cubo (estratto 18).

Gli artefatti dunque hanno svolto un ruolo indispensabile nelle argomentazioni sia perché in alcuni casi hanno rappresentato la soluzione stessa del problema, sia perché hanno dato la possibilità di mostrare empiricamente quanto stessero sostenendo, conferendo maggiore validità alla loro soluzione. Tuttavia, l'efficacia degli artefatti la si deve anche alla gestualità attraverso cui i bambini vi si riferivano mettendone in luce le parti prese in considerazione.

In questo senso, i gesti hanno assolto a diverse funzioni nelle argomentazioni degli studenti. Un primo aspetto riguarda il loro contributo nel rendere espliciti alcuni elementi impliciti nelle argomentazioni verbali dei bambini. Per esempio, è attraverso una gestualità al tempo stesso iconica e deittica che Loris, spostando tutto il corpo, mostra di aver posizionato il 2 opposto al 5, rivelando così, seppur implicitamente, il processo di pensiero sottostante: il tentativo di rispettare la regola data dal problema (estratto 14, linea 59). Allo stesso modo, un gesto deittico compiuto poco prima dallo stesso bambino (indicare la faccia con 3 punti per evidenziare che è stata posizionata di fronte al 4) anticipa un passaggio logico che Loris non verbalizza ma che viene poi esplicitato dall'insegnante (estratto 14, linee 57-58). Tale aspetto conferma quanto rilevato da Schwarz e Prusak (2016) rispetto al fatto che le azioni materiali e i gesti ricoprono un ruolo argomentativo importante poiché rendono più evidente un argomento esposto a parole. Tale idea viene confermata da Ferrara, Robutti, Edwards (2014) quando affermano che “la gestualità sembra offrire all'allievo l'opportunità di esprimere nuove conoscenze in anticipo rispetto alla sua capacità di esprimerle a parole” (p. 108) e da Schwarz e Prusak (2016) che sostengono che la funzione generale dei gesti consista nell'esprimere idee che risulterebbero troppo complesse per essere espresse solo verbalmente. In proposito, il fatto di disporre in modo parallelo i palmi delle mani, è ciò che ha permesso a diversi alunni, nel corso della ricerca, di riferirsi al concetto di “facce opposte” anche in assenza della conoscenza del relativo termine tecnico. Dagli estratti riportati si evidenzia inoltre quella che Arzarello e Sabena (2014) definiscono la “funzione immaginifica dei gesti”, che rende visibili aspetti che non potrebbero essere colti considerando solo il discorso orale. Si è notato che tale funzione dei gesti sia stata spesso sfruttata dagli alunni per rafforzare alcune parole chiave del loro discorso. Si pensi, per esempio, ai gesti iconici della chiusura e apertura delle mani che Gabriella associa ai concetti di chiusura e apertura di uno sviluppo del cubo (estratto 16, linea 101): tali gesti evidenziano il loro ruolo di accompagnamento al discorso orale e la loro importanza non solo nella comunicazione, ma anche nei processi di pensiero, così come evidenzia McNeill (1992):

“[I gesti] sono strettamente intrecciati con il linguaggio verbale nel tempo, nel significato e nella loro funzione; sono così strettamente collegati che dovremmo considerare il gesto e l'espressione orale come aspetti diversi di un unico processo mentale.” (McNeill, 1992, p. 1, trad. aut.).¹⁶

Infine, la molteplicità di gesti, classificati sia come deittici sia come iconici, utilizzati dai bambini in fase argomentativa, ha messo in luce il ruolo dimostrativo che essi hanno svolto in accompagnamento ad espressioni verbali frequentemente usate dai bambini quali, ad esempio, “così”, “avevo fatto così”, “tipo così”, a cui seguiva la relativa dimostrazione dell'azione. Tale possibilità offerta dai gesti ha consentito agli alunni di riferirsi ad azioni, effettuate in fase risolutiva o solo immaginate (come, ad esempio, la chiusura dello sviluppo di un cubo), che sarebbe risultato complesso per i bambini descrivere puramente a livello verbale (estratto 16, linea 101).

Da tali risultati appare evidente come l'analisi dei gesti abbia permesso di restituire la ricchezza e complessità delle argomentazioni prodotte dai bambini in una fascia d'età (7-8 anni) in cui la capacità argomentativa, che richiede competenze linguistiche avanzate, può essere implementata dalla sincronia con altri linguaggi.

6.2 Ruolo dell'interazione

Il contesto delle discussioni di bilancio, da cui sono state raccolte le argomentazioni analizzate, fa sorgere spontanee osservazioni derivanti dall'interazione insegnante-alunni e alunno-alunni. In particolare, l'analisi diacronica ha permesso di cogliere, negli interventi degli studenti e dell'insegnante che si sono succeduti e alternati, quello che Vygotskij (2007) ha definito "processo di interiorizzazione" (Par. 3.1). Un aspetto di particolare rilievo che si è colto dall'analisi riguarda il fatto che tale interiorizzazione si è riscontrata non tanto nelle espressioni verbali degli interlocutori, quanto nella loro gestualità. In alcuni casi, infatti, gli studenti hanno ripreso i medesimi gesti utilizzati precedentemente dai propri compagni; in altri, è stata l'insegnante stessa a riprendere i gesti degli allievi, associandovi il relativo termine matematico appropriato come, per esempio, "facce opposte laterali", dando così vita a ciò che in letteratura viene definito "gioco semiotico" (Arzarello & Paola, 2007); in altri casi ancora, sono stati i bambini stessi a riproporre, nelle loro argomentazioni, gesti utilizzati primariamente dall'insegnante. Questo gioco semiotico inverso, già evidenziato da Maffia e Sabena (2015), è un importante indicatore non solo degli aspetti interiorizzati dai bambini, ma anche di quanto i gesti, probabilmente per via della concretezza visiva che forniscono, vengano facilmente assimilati dagli alunni, divenendo parte integrante della "memoria della classe" (Arzarello et al., 2009).

Un altro aspetto interessante, derivante anch'esso dai processi di interazione creatisi durante le discussioni, riguarda la complementarità delle argomentazioni proposte da alcune coppie di bambini che avevano collaborato alla risoluzione del problema. Nonostante la maggior parte delle volte fosse uno solo dei due risolutori il protagonista del processo argomentativo, talvolta le argomentazioni proposte risultavano complete perché co-costruite dai due alunni: emblematico è il caso di Gabriella e Diletta, in cui la prima espone i dati dell'argomentazione (estratto 16, linea 101) e la seconda li completa esplicitando la garanzia che li collegava alla soluzione (estratto 16, linea 102).

Dall'analisi del problema riportato emerge, inoltre, una significativa presenza di scambi interrelazioni data dal confronto che gli studenti hanno effettuato tra la propria soluzione e quella dei compagni, portandoli ad individuare uguaglianze e differenze. Tuttavia, se inizialmente la maggior parte degli alunni si era limitata ad individuare l'uguaglianza tra la propria soluzione e quella di un'altra coppia, l'intervento dell'insegnante ha permesso ai bambini di focalizzare la propria attenzione anche sulle strategie risolutive adottate: in questo modo, Diletta e Gabriella hanno colto di aver applicato "circa" le stesse mosse risolutive di Mario e Olivia. Rispetto alla comparazione delle soluzioni, risulta interessante anche il confronto presentato da Jasmine e Sonia tra la propria soluzione e quella di un'altra coppia: le studentesse, avendo trovato una soluzione inedita rispetto a quelle già esposte dai compagni, decidono comunque di cimentarsi nel confronto della propria soluzione con una soluzione simile, rilevando ed esplicitando gli aspetti che le differenziassero (estratto 18, linea 145 e 146). Tali confronti tra soluzioni e strategie risolutive hanno permesso di adempiere ad uno degli scopi principali delle discussioni di bilancio: socializzare e valutare collettivamente le strategie usate dai singoli allievi (in questo caso coppie di allievi) nella soluzione di un problema (Bartolini Bussi et al., 1995).

L'insegnante ha giocato un ruolo chiave nel favorire una partecipazione attiva da parte degli studenti al processo argomentativo dei loro compagni: infatti, laddove diverse coppie avessero trovato la stessa soluzione, le invitava a mettersi in ascolto reciproco, così che potessero effettuare un confronto tra le procedure adottate (Nigris, 2015). Il coinvolgimento attivo degli alunni seduti ai banchi, nel processo argomentativo della coppia chiamata alla lavagna, è avvenuto attraverso interventi come i seguenti:

"Bisogna imparare ad *ascoltare i compagni* perché potreste anche aver fatto la stessa soluzione ma magari avete disegnato i puntini con un ordine diverso dai compagni, cioè potreste essere partiti da una faccia diversa, da un numero diverso, e io lo voglio sapere... quindi se non siete attenti alla spiegazione dei compagni, poi non vi

rendete conto se il vostro modo di disegnare i puntini era uguale a quello dei compagni o no, perché vedete solo com'è venuto il lavoro alla fine, a io voglio sapere anche in che ordine avete disegnato.”

“Allora la Diletta e la Gabriella *ascoltano bene* perché da voi voglio sapere se hanno usato lo stesso modo, lo stesso procedimento per mettere i pallini.”¹⁷

In tali interventi, si è individuata la volontà dell'insegnante di assecondare un sentimento spesso coinvolto nelle dinamiche della comunità di ricerca: la visibilità psicologica (Santi, 2006). Essa consiste nel bisogno di ogni essere umano di essere visto ed ascoltato: la comunità di ricerca risponde a tale bisogno fornendo un *feedback* costante a chi vi partecipa. Negli interventi sopra riportati si è data la possibilità ai bambini di fare esperienza di questa visibilità e udibilità, permettendo loro di partecipare attivamente alla discussione anche nel momento in cui ricoprivano un ruolo solitamente più passivo, quello dell'ascoltatore.

7. Conclusione

Questo contributo analizza le argomentazioni di alunni di classe seconda primaria emerse in un contesto di discussione di bilancio a seguito della risoluzione di un problema aperto. I risultati, interpretati alla luce della classificazione di Daniel, Lafortune e Pallascio (Par. 2), mettono in evidenza una comunicazione prevalentemente dialogica, caratterizzata dal fatto che i bambini riprendessero frequentemente gesti e parole utilizzati precedentemente dall'insegnante e dai compagni; questo anche in gradi scolari più bassi rispetto a quelli in cui la classificazione è stata sviluppata. Tale risultato è reso evidente dall'analisi multimodale e diacronica, capace di cogliere in modo integrato le espressioni verbali e i gesti che si sono susseguiti nel corso della discussione. Tale prospettiva ha suscitato riflessioni anche sulla dinamica degli scambi interpersonali, permettendo di interpretare l'esperienza come l'avvio di una “comunità di ricerca”. Infatti, sebbene molti interventi degli alunni fossero inizialmente rivolti soprattutto alla docente, le sue sollecitazioni (Par. 6.2), volte a favorire un ascolto attivo e reciproco, possono essere lette come il tentativo di trasformare progressivamente la classe in una comunità di ricerca, nella quale l'argomentazione di un bambino diventava stimolo per il confronto con le soluzioni dei compagni, generando scambi dialogici di tipo critico (Par. 2.1).

Ciò conferma l'importanza della qualità della mediazione del docente nella creazione di una comunità di ricerca e nello sviluppo delle competenze argomentative. Dai dati raccolti nel più ampio contesto di ricerca (v. nota 15) emerge infatti un'evoluzione significativa: dalle prime argomentazioni, in cui la garanzia restava implicita nei ragionamenti dei bambini, si è progressivamente passati a produzioni in cui l'esplicitazione della garanzia costituiva il punto di partenza del processo argomentativo stesso (Par. 5).

Dal punto di vista pedagogico, l'interpretazione dei dati riportati evidenzia l'importanza della pratica argomentativa nello sviluppo di un pensiero complesso, che non si ferma alle prime intuizioni ma si spinge oltre, alla ricerca di argomenti che sostengano quanto dichiarato (Lipman, 2018). Il contesto delle discussioni di bilancio scelto per la presente indagine, in particolare, ha posto l'accento sull'importanza di esercitare le competenze argomentative per sviluppare un pensiero matematico profondo, capace di focalizzarsi non solo sulla soluzione, ma anche sul suo fondamento e, dunque, sul processo implementato per raggiungerla. La trasposizione dei costrutti della P4C (pensiero complesso, comunità di ricerca, insegnante come facilitatore) all'ambito matematico – a partire già dai primissimi anni di scuola primaria – mostra, pertanto, esiti positivi. Tuttavia, la richiesta di argomentare costituisce una possibilità ancora poco esplorata nelle prassi didattiche. Il presente studio si pone in questa direzione, sia sul piano della riflessione pedagogica sia sul piano didattico. Si condivide infatti la proposta che attribuisce all'argomentazione sempre maggior spazio nelle attività formative dei diversi ambiti disciplinari attraverso richieste del tipo “spiega perché”, “motiva la tua scelta”, “confronta... con ...” (Baccaglioni-Frank, et al., 2013, p. 37). Affinché ciò avvenga è necessario individuare situazioni e compiti che motivino gli

alunni ad argomentare: la proposta di problemi aperti e la capacità dell'insegnante di formulare domande autentiche – non orientate a risposte attese ma aperte all'indagine e alle scoperte personali dei bambini – si sono rivelate particolarmente efficaci. Tali aspetti didattici aprono prospettive promettenti per ulteriori ricerche volte ad esplorare nuove prassi educative che possano stimolare la competenza argomentativa, favorendo – già nei primi anni di scuola – lo sviluppo di un pensiero critico, capace di andare in profondità.

Note

1. Il termine “sviluppo di un cubo” si riferisce alla figura composta da sei quadrati congruenti disposti sul piano in modo tale che, piegando i lati comuni dei quadrati, si ricostruisca il cubo nella sua struttura tridimensionale.
2. The term “development of a cube” refers to the figure composed of six congruent squares arranged on a plane in such a way that, by folding the common sides of the squares, the cube can be reconstructed in its three-dimensional structure.
3. Per favorire la scorrevolezza della lettura e la leggibilità del testo, nel seguito si utilizzerà il sostantivo maschile (alunni/bambini) considerandolo comprensivo del suo corrispettivo femminile (alunne/bambine).
4. Nelle Indicazioni Nazionali, in riferimento alla disciplina Italiano, si pone come obiettivo quello di “argomentare la propria tesi su un tema affrontato nello studio e nel dialogo in classe [...]” (MIUR, 2012, p. 34); in Storia, invece, si evidenzia la necessità di esporre le conoscenze storiche “operando collegamenti e argomentando le proprie riflessioni” (MIUR, 2012, p. 44); in Scienze, infine, si sottolinea la necessità di sviluppare “l’apertura ad opinioni diverse e la capacità di argomentare le proprie” (MIUR, 2012, p. 54).
5. Espressione usata in matematica per intendere “il processo di informazione, analisi e valutazione delle soluzioni individuali proposte ad un problema dato a parole con l’eventuale supporto di oggetti o immagini o nel corso di una discussione orchestrata dall’insegnante” (Bartolini Bussi et al., 1995, p. 11).
6. All’interno della comunità di ricerca le dimensioni etiche, civiche e politiche si riferiscono alla promozione di un’educazione al dialogo democratico, in cui i partecipanti possano esprimere con rispetto le proprie opinioni e, allo stesso tempo, accettare quelle altrui. In tal senso, la comunità di ricerca promuove l’obiettivo di provare a raggiungere una convergenza di opinioni e, quando ciò non appare possibile, insegna a tollerare un certo grado di disaccordo (Corazza, 2021).
7. Classi IV e V della scuola primaria e classe I della scuola secondaria di I grado.
8. Concetto introdotto per la prima volta dallo psicologo Leon Festinger per indicare un conflitto cognitivo scaturito nell’individuo dall’essere venuto a contatto con conoscenze che contraddicono le convinzioni preesistenti. In proposito, l’utilizzo dell’approccio della P4CM, sperimentato in 10 classi di bambini tra i 9 e i 12 anni, ha rilevato una maggior ansia nei confronti della matematica tra le ragazze dei gruppi sperimentali rispetto alle ragazze dei gruppi di controllo: ciò accade perché la discussione filosofica all’interno di una comunità di ricerca può risultare destabilizzante dal momento che non fornisce risposte definite ma, piuttosto, fa sorgere dissonanze cognitive, dubbi e domande (Daniel et al., 2003).
9. Con “artefatto” si intende un qualsiasi oggetto derivante da un processo trasformativo intenzionale da parte dell’uomo. Esso diventa “strumento” nel momento in cui, associato a un determinato schema d’uso, permette di evocare conoscenze matematiche.
10. I dati sono stati rilevati da Elisabetta Pisani presso una classe seconda della scuola primaria “Rita Bonfiglioli” appartenente all’Istituto Comprensivo “Minerbio” di Minerbio (BO).
11. Lunghi da una parcellizzazione del sapere, l’indicazione del nucleo tematico “Spazio e figure” viene espressa in relazione all’aspetto matematico che ha prevalso nella strutturazione e risoluzione dei problemi, nei quali inevitabilmente sono emerse anche questioni attinenti agli altri nuclei tematici. In proposito, nel problema

- proposto, intitolato “Il dado”, ha prevalso l’“Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali” (MIUR, 2012, p. 61), riguardante il nucleo tematico “Numeri”.
12. Per tutelare la privacy dei soggetti coinvolti, i dati sono stati anonimizzati sostituendo il nome dei bambini con nomi inventati. Per evidenziare eventuali gesti importanti per l’analisi e l’interpretazione dei dati, si è cercato di mostrare unicamente l’immagine del gesto, evitando di includere il volto degli studenti o dell’insegnante. Qualora non fosse stato possibile escludere i volti, questi sono stati oscurati.
 13. In questo caso di parla di “artefatto” e non di “strumento” perché al dado non è stato associato uno schema d’uso particolare per veicolare concetti matematici. Il dado infatti è stato utilizzato come oggetto necessario per concretizzare il concetto astratto di cubo.
 14. L’emoticon è stato l’espedito utilizzato dall’insegnante per permettere ai bambini di interiorizzare il concetto di “faccia” di un cubo.
 15. Il presente contributo si inserisce in un progetto di ricerca più ampio, i cui dati sono confluiti in un lavoro di tesi magistrale di Elisabetta Pisani dal titolo “Verso un pensiero matematico profondo: un’analisi multimodale delle argomentazioni dei bambini alla luce dei principi della *Philosophy for Children*”. La ricerca ha preso in esame le argomentazioni prodotte in tre diverse discussioni di bilancio. Per limiti di spazio, in questa sede si è scelto di approfondire e riportare l’analisi di una sola discussione, considerata rappresentativa dell’intera indagine condotta.
 16. “[Gestures] are tightly intertwined with spoken language in time, meaning, and function; so closely linked are they that we should regard the gesture and the spoken utterance as different sides of a single underlying mental process” (McNeill, 1992, p. 1).
 17. Parole dell’insegnante emerse durante la discussione di bilancio avvenuta in data 7/05/2024 a seguito della risoluzione del problema “Il dado”.

Bibliografia

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 267-299.
- Arzarello, F., & Paola, D. (2007). Semiotic games: The role of the teacher. In W. Jeong-Ho, L. Hee-Chan, P. Kyo-Sik Park, S., Dong-Yeop (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 17-24). PME.
- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 97-109.
- Arzarello, F., & Sabena, C. (2014). Analytic-structural functions of gestures in mathematical argumentation processes. In L. D. Edwards, F. Ferrara, D. Moore-Russo (Eds.), *Emerging Perspectives on Gesture and Embodiment in Mathematics* (pp. 75-103). Information Age Publishing.
- Baccaglioni-Frank, A., Di Martino, P., Maffei, L., Mariotti, M., Pezzia, M., Signorini, G., & Zan, R. (2013). *Quaderni Invalsi. Ambito: Relazioni e Funzioni*. INVALSI.
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 147-176.
- Ball, D. L. (1995). Transforming pedagogy: Classrooms as mathematical communities. A response to Timothy Lensmire and John Pryor. *Harvard Educational Review*, 65, 670-677.
- Bartolini Bussi, M. G., Boni, M., & Ferri, F. (1995). *Interazione sociale e conoscenza a scuola: La discussione matematica*. Centro Documentazione Educativa.

Andrea Maffia, Elisabetta Pisani, Mariangela Scarpini – *Philosophy for Children e argomentazione matematica: Un’analisi multimodale in una classe seconda primaria*

DOI: <https://doi.org/10.60923/issn.1970-2221/22841>

- Bikner-Ahsbahs, A., & Prediger, S. (Eds). (2014). *Networking of theories as a research practice in mathematics education*. Springer.
- Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas*. Heinemann.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences, 10*, 113164.
- Corazza, P. (2021). Come ripensare l'intelligenza collettiva nell'epoca digitale? Spunti di riflessione a partire da Philosophy for/with Children e pedagogia degli oppressi. In S. Demozzi (Ed.), *Contesti per pensare. Riflessioni su pedagogia, indagine filosofica e comunità di ricerca* (pp. 101-115). Franco Angeli.
- Daniel, M. F. (2013). Engaging in critical dialogue about mathematics. *Analytic Teaching and Philosophical Praxis, 34*(1), 58-68.
- Daniel, M. F., Lafortune, L., Mongeau, P., & Pallascio, R. (2003). Philosophy for Children Adapted to Mathematics: A Study of its Impact on the Evolution of Affective Factors. *Analytic Teaching, 23*(1), 10-25.
- Daniel, M. F., Lafortune, L., Pallascio, R., & Schleifer, M. (1999). Philosophical reflection and cooperative practices in an elementary school mathematics classroom. *Canadian Journal of Education, 24*(4), 426-440.
- Daniel, M. F., Lafortune, L., Pallascio, R., & Sykes, P. (1994). A primary school curriculum to foster thinking about mathematics. *Analytic Teaching, 15*(1), 29-40.
- Demozzi, S. (2021). Il tempo dell'infanzia come possibilità di educazione al pensiero. In S. Demozzi (ed.), *Contesti per pensare. Riflessioni su pedagogia, indagine filosofica e comunità di ricerca* (pp. 17-31). Franco Angeli.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131.
- Ferrara, F., Robutti, O., & Edwards, L. D. (2014). An exploratory study of multimodalities in the mathematics classroom. In L. D. Edwards, F. Ferrara, D. Moore-Russo (Eds.), *Emerging perspectives on gesture and embodiment in mathematics* (pp. 105-124). Information Age Publishing.
- Kennedy, N. S. (2007). From philosophical to mathematical inquiry in the classroom. *Childhood & Philosophy, 3*(6), 289-311.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27*, 29-63.
- Lipman, M. (2005). *Educare al pensiero*. Vita e Pensiero.
- Lipman, M. (2018). *L'impegno di una vita: Insegnare a pensare*. Mimesis.
- Maffia, A., & Sabena, C. (2015). Networking of theories as resource for classroom activities analysis: The emergence of multimodal semiotic chains. *Quaderni di Ricerca in Didattica, 25*(2), 405-417.
- Mariotti, M. A. (2022). *Argomentare e dimostrare come problema didattico*. UTET Università.
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. University of Chicago Press.
- MIUR. (2012). *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. https://sial.school/wp-content/uploads/2022/04/Indicazioni_Annali_Curricolo_Italiano.pdf.
- Morin, E. (2004). *Educare per l'era planetaria*. Armando Editore.

Andrea Maffia, Elisabetta Pisani, Mariangela Scarpini – *Philosophy for Children e argomentazione matematica: Un'analisi multimodale in una classe seconda primaria*

DOI: <https://doi.org/10.60923/issn.1970-2221/22841>

- Nigris, E. (2015). *Le domande che aiutano a capire*. Mondadori.
- Pallascio, R. & Simmt, E. (2002). Philosophy for children on Mathematics. In E. Simmt, & B. Davis (Eds.), *Proceedings of the 26th annual meeting of the Canadian mathematics education study group* (pp. 43-58). CMESG/GCEDM.
- Peirce, C. S. (1984). *Le leggi dell'ipotesi*. Bompiani.
- Radford, L., & Sabena, C. (2014). The question of method in a Vygotskian semiotic approach. In A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods* (pp. 157-182). Springer.
- Rapanta, C., & Felton, M. K. (2022). Learning to argue through dialogue: A review of instructional approaches. *Educational Psychology Review*, 34(2), 477-509.
- Reuter, F. (2023). Explorative mathematical argumentation: A theoretical framework for identifying and analysing argumentation processes in early mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 112(3), 415-435.
- Sabena, C. (2011). Studiare la multimodalità dell'insegnamento-apprendimento: Focus sui gesti. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 34(3), 333-342.
- Sabena, C. (2018). Exploring the contribution of gestures to mathematical argumentation processes from a semiotic perspective. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (Eds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 541-559). Springer International Publishing.
- Sabena, C., Maffia, A., & Krause, C. M. (2016). *L'analisi semiotica in ottica multimodale: Dalla costruzione di un quadro teorico al networking con altre teorie*. Relazione al XXXIII Seminario Nazionale di ricerca in didattica della matematica Giovanni Prodi. AIRDM
- Santi, M. (2006). *Ragionare con il discorso. Il pensiero argomentativo nelle discussioni in classe*. Liguori.
- Santi, M., & Oliverio, S. (2016). *Educating for Complex Thinking through Philosophical Inquiry*. Liguori.
- Schoenfeld, A. H. (1989). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Erlbaum.
- Schwarz, B., & Prusak, N. (2016). The importance of multi-modality in mathematical argumentation. In F. Paglieri, L. Bonelli, & S. Felletti (Eds.), *The psychology of argument* (p. 387-406). College Publications
- Scipione, L. (2021). Conversare, discutere, dialogare: Contesti e pretesti per l'esercizio del pensiero. In S. Demozzi (Ed.), *Contesti per pensare. Riflessioni su pedagogia, indagine filosofica e comunità di ricerca* (pp. 65-79). Franco Angeli.
- Scipione, L. (2022). *Pretesti filosofici. Discutere e argomentare nella scuola primaria*. Anicia.
- Selleri, P. (2016). *La comunicazione in classe*. Carocci.
- Striano, M. (1999). *Quando il pensiero si racconta*. Meltemi.
- Tibaldeo, R. F. (2015). Un felice connubio di razionalità e libertà: La pratica "riflessiva" della "Philosophy for Children" (P4C) di Matthew Lipman. *Itinera*, (10), 362-376.
- Toulmin, S. (1975). *Gli usi dell'argomentazione*. Rosenberg & Sellier.
- Vygotskij, L. S. (2007). *Pensiero e linguaggio*. Giunti.

Andrea Maffia, Elisabetta Pisani, Mariangela Scarpini – *Philosophy for Children e argomentazione matematica: Un'analisi multimodale in una classe seconda primaria*

DOI: <https://doi.org/10.60923/issn.1970-2221/22841>

Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica*. Springer.

Andrea Maffia è Professore Associato di Didattica e storia della Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna. La sua ricerca riguarda principalmente lo sviluppo delle competenze aritmetiche e pre-algebriche nel primo ciclo d'istruzione e il ruolo che gli strumenti manipolativi e le rappresentazioni hanno in tale processo. Lavora anche sullo sviluppo di contesti inclusivi per l'apprendimento della Matematica.

Contatto: andrea.maffia@unibo.it

Elisabetta Pisani ha conseguito la laurea in Scienze della Formazione Primaria presso l'Università di Bologna. Attualmente è insegnante di scuola primaria presso l'Istituto Comprensivo di Montefelcino (PU). I suoi interessi di ricerca si concentrano sulla didattica della matematica, con un particolare focus sui processi di argomentazione nella risoluzione di problemi aperti. Approfondisce l'impatto della verbalizzazione dei processi cognitivi sullo sviluppo del pensiero critico, coniugando l'attività in aula con la riflessione teorica.

Contatto: eli.pisani98@gmail.com

Mariangela Scarpini è ricercatrice presso l'Unità di Educazione del Dipartimento di Discipline Umanistiche, Sociali e delle Imprese Culturali all'Università di Parma. Ha conseguito il dottorato in Scienze Pedagogiche all'Università di Bologna. I suoi studi riguardano l'educazione al pensiero complesso, con particolare attenzione alla *Philosophy for Children* e al metodo Montessori, indagati anche nelle loro interconnessioni. Si occupa di pratiche filosofiche nell'infanzia e di formazione degli insegnanti, promuovendo approcci educativi centrati sullo sviluppo del pensiero critico e dialogico.

Contatto: mariangela.scarpini@unipr.it